Examen Introducción a los Algoritmos - 19 de Junio de 2017

nota

Puntajes

1	2	3	4	5

Cantidad de hojas entregadas:
Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

   a) [**15 pto(s)**] $p \vee \neg q \equiv \neg p \equiv \neg q \equiv \neg p \vee q$.

   b) [**15 pto(s)**] $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$.

2. Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

   a) [**10 pto(s)**] *"Ningún círculo en xs es rojo"*.
   Ejemplos: Las listas $[(Rombo, Rojo, 3)]$ y $[(Circulo, Azul, 3)]$ satisfacen la propiedad. La lista $[(Circulo, Rojo, 2)]$ no la satisface.

   b) [**10 pto(s)**] *"Hay un único cuadrado en xs y es rojo"*.
   Ejemplos: Las listas $[(Cuadrado, Rojo, 3)]$ y $[(Cuadrado, Rojo, 2), (Rombo, Azul, 1)]$ satisfacen la propiedad. Las listas $[(Rombo, Azul, 1)]$ y $[(Cuadrado, Rojo, 1), (Cuadrado, Azul, 2)]$ no la satisfacen.

3. [**10 pto(s)**] Dar una lista $xsPos :: [Figura]$ que satisfaga la siguiente especificación escrita usando la Lógica de Predidados, y otra lista $xsNeg :: [Figura]$ que no la satisfaga. Prestar especial atención a las variables utilizadas en la especificación.

   $triangulo.(xs!!0) \wedge \langle \forall x : x \in_\ell xs \wedge triangulo.x : \langle \forall y : y \in_\ell xs : (azul.y \vee \neg rojo.x) \Rightarrow cuadrado.y \rangle\rangle$.

4. [**20 pto(s)**] Demostrar que la siguiente fórmula es teorema del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional y en el Digesto de Predicados.

$$\langle \forall x : : \neg(P.x \Rightarrow Q.x)\rangle \equiv (\langle \forall x : : P.x\rangle \wedge \langle \forall x : : \neg Q.x\rangle).$$

5. [**20 pto(s)**] Dada la definición de la función $hayTR$:

$$\begin{aligned}&hayTR : [Figura] \to Bool\\ &hayTR.[\,] \doteq False\\ &hayTR.(x \triangleright xs) \doteq (triangulo.x \wedge rojo.x) \vee hayTR.xs\end{aligned}$$

   demostrar por inducción la siguiente fórmula

$$hayTR.xs \equiv \langle \exists y : y \in_\ell xs : triangulo.y \wedge rojo.y\rangle.$$